На правах рукописи

Ермакова Светлана Михайловна

ВЕКТОРНЫЕ РАССЛОЕНИЯ КОНЕЧНОГО РАНГА НА ПОЛНЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ КОНЕЧНОЙ КОРАЗМЕРНОСТИ В ЛИНЕЙНОМ ИНД-ГРАССМАНИАНЕ

Специальность 01.01.06 — математическая логика,

алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Ярославль — 2015

Диссертационная работа выполнена на кафедре геометрии и алгебры ФГБОУ ВПО "Ярославский педагогический университет им. К.Д. Ушинского".

Научный руководитель:	**Тихомиров Александр Сергеевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Танкеев Сергей Геннадьевич** доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры алгебры и геометрии Института прикладной математики и информатики, био- и нанотехнологий ФГБОУ ВПО "Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых" **Жеглов Александр Борисович** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дифференциальной геометрии и ее приложений ФГБОУ ВО "Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова"
Ведущая организация:	**ФГБУН "Математический институт имени В.А. Стеклова Российской академии наук"**

Защита диссертации состоится «25» декабря 2015 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д 212.002.03 при ФГБОУ ВПО "Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова" по адресу: 150008, г. Ярославль, ул. Союзная, 144, аудитория 426.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО "Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова" по адресу: 150003, Полушкина роща, д. 1а и на официальном сайте ФГБОУ ВПО "Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова": http://www.rd.uniyar.ac.ru/.

Автореферат разослан «__» _______ 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета: **Яблокова Светлана Ивановна**

Общая характеристика работы

Возникновение задачи. Актуальность и степень разработанности темы исследования

Данная диссертационная работа посвящена классификации конечномерных векторных расслоений на полных пересечениях конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане.

Впервые задачу классификации векторных расслоений на фиксированном многообразии поднял А. Гротендик. Он расклассифицировал векторные расслоения над проективной прямой, доказав, что всякое такое расслоение расщепляется в сумму линейных ([OSS], глава I, параграф 2, теорема 2.1.1.).

Теорема (Гротендик). *Каждое голоморфное r-расслоение E над проективной прямой $\mathbb{P}^1$ представимо в виде*

$$E = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_1) \oplus ... \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_r),$$

где $a_1 \geq a_2 \geq ... \geq a_r$ - однозначно определенные целые числа.

Векторные расслоения на $\mathbb{P}^n$ при $n \geq 2$ не допускают такой простой классификации, в частности, касательное расслоение к $\mathbb{P}^n$ является неразложимым при $n \geq 2$.

В то же время оказалось, что для конечномерных векторных расслоений на $\mathbf{P}^\infty$ верен аналог теоремы Гротендика. Этим вопросом занимались В. Барт, А. Ван де Вен, А.Н. Тюрин и Э. Сато.

Теорема (Барт - Ван де Вен - Тюрин - Сато). *Любое векторное расслоение конечного ранга на бесконечномерном комплексном проективном пространстве $\mathbf{P}^\infty = \{\mathbb{P}^1 \overset{\phi_1}{\hookrightarrow} \mathbb{P}^2 \overset{\phi_2}{\hookrightarrow} \dots \overset{\phi_{m-1}}{\hookrightarrow} \mathbb{P}^m \overset{\phi_m}{\hookrightarrow} \dots\}$ изоморфно прямой сумме линейных расслоений.*

Для расслоений ранга два эта теорема была доказана в 1974 году В. Бартом и А. Ван де Веном [BV], а для расслоений произвольного конечного ранга этот результат был доказан в 1976 году А.Н. Тюриным [T] и в 1977 году Э. Сато [S1]. Таким образом, вопрос классификации расслоений конечного ранга на $\mathbf{P}^\infty$ был закрыт.

В серии недавних работ [DP, PT, PT2] было показано, что теорема Барта - Ван де Вена - Тюрина - Сато имеет обобщения для бесконечномерных линейных инд-многообразий отличных от $\mathbf{P}^\infty$. Напомним определение.

Инд-многообразие $\mathbf{X} = \varinjlim X_m$ определяется как прямой предел цепочки вложений

$$\mathbf{X} := \{X_1 \overset{\phi_1}{\hookrightarrow} X_2 \overset{\phi_2}{\hookrightarrow} \dots \overset{\phi_{m-1}}{\hookrightarrow} X_m \overset{\phi_m}{\hookrightarrow} \dots\},$$

где X_m - гладкое алгебраическое многообразие для каждого $m \geq 1$.

Инд-многообразие $\mathbf{X}$ называется *линейным*, если для $\forall m \geq 1$ вложение ϕ_m индуцирует эпиморфизм групп Пикара $\phi_m^* : PicX_{m+1} \to PicX_m$.

В 2003 году в статье [DP] И. Донин и И.Б.Пенков рассматривают инд-грассманианы, определенные как прямые пределы цепочек

$$\{G(k_1, n_1) \overset{\phi_1}{\hookrightarrow} ... \overset{\phi_m}{\hookrightarrow} G(k_{m+1}, n_{m+1}) \overset{\phi_{m+1}}{\hookrightarrow}\},$$

где последовательности n_m, k_m, $n_m - k_m$ возрастают и стремятся к бесконечности, а вложения ϕ_m являются *стандартными расширениями грассманианов*[1].

Все инд-грассманианы, определенные таким образом, изоморфны и обозначаются через $\mathbf{G}(\infty)$. Для инд-грассманиана $\mathbf{G}(\infty)$ доказывается, что всякое конечномерное расслоение на нем расщепляется в сумму линейных.

В 2009 году в статье [PT2] А.С. Тихомиров и И.Б. Пенков доказывают расщепление расслоений ранга два для инд-грассманианов, определенных произвольными цепочками вида (1), снимая требование ϕ_m быть стандартным расширением (требуется лишь, чтобы всякое ϕ_m было вложением степени 1).

В статье [PT1] произведена классификация линейных инд-грассманианов, определенных как прямые пределы цепочек

$$\{X_1 \overset{\phi_1}{\hookrightarrow} ... \overset{\phi_m}{\hookrightarrow} X_{m+1} \overset{\phi_{m+1}}{\hookrightarrow}\}, \tag{1}$$

где все X_m являются одновременно либо обычными, либо изотропными грассманианами. В частности, показано, что все линейные инд-грассманианы, рассматриваемые в работе [PT2], изоморфны $\mathbf{G}(\infty)$ или $\mathbf{P}^\infty$.

В 2015 году в статье [PT] были выведены условия на локально полные линейные инд-многообразия $\mathbf{X}$, достаточные для

[1] Напомним, что вложение $G(k_1, V^{n_1}) \hookrightarrow G(k_2, V^{n_2})$ называется стандартным расширением, если имеется разложение $V^{n_2} = V^{n_1} \oplus W^{n_2 - n_1}$ и образ вложения состоит из подпространств вида $U^{k_1} \oplus W^{k_2 - k_1}$, где $U^{k_1} \subset V^{n_1}$, а $W^{k_2 - k_1}$ - фиксированное подпространство в $W^{n_2 - n_1}$.

выполнения аналога теоремы Барта - Ван де Вена - Тюрина - Сато. Новыми примерами инд-многообразий, которые удовлетворяют этим условиям, являются линейные сечения линейных инд-грассманианов, как обычных, так и изотропных. Таким образом, аналог теоремы Барта - Ван де Вена - Тюрина - Сато был доказан и для этого класса инд-многообразий.

Постановка задачи

В данной работе мы распространим теорему Барта - Ван де Вена - Тюрина - Сато на случай полного пересечения в линейном инд-грассманиане $\mathbf{G} := \mathbf{G}(\infty)$. Основным полем является поле комплексных чисел $\mathbb{C}$.

Для линейного инд-грассманиана $\mathbf{G}$ определим плюккерово вложение $\mathbf{G} \hookrightarrow \mathbf{P}^\infty$, как прямой предел плюккеровых вложений грассманианов $G(k_m, n_m)$. *Инд-гиперповерхностью* степени d в $\mathbf{P}^\infty$ назовем прямой предел гиперповерхностей степеней d.

Рассмотрим линейный инд-грассманиан $\mathbf{G}$, вложенный по Плюккеру в $\mathbf{P}^\infty$. Пусть $\mathbf{Y_1}, ..., \mathbf{Y_l}$ - инд-гиперповерхности степеней $d_1, ..., d_l$ в $\mathbf{P}^\infty$. Линейное инд-многообразие

$$\mathbf{X} = \mathbf{G} \cap \mathbf{Y_1} \cap ... \cap \mathbf{Y_l}$$

называется *полным пересечением в* $\mathbf{G}$, если для всякого $m \geq 1$ многообразие $G(k_m, n_m) \cap \mathbf{Y_1} \cap ... \cap \mathbf{Y_l}$ является полным пересечением.

Под векторным расслоением $\mathbf{E}$ ранга $r > 0$ на $\mathbf{X} = \varinjlim X_m$ мы понимаем обратный предел $\mathbf{E} = \varprojlim E_m$ цепочки векторных расслоений $\{E_m\}_{m \geq 1}$ ранга r, где E_m - расслоение ранга r на X_m с фиксированными изоморфизмами $E_m \cong \phi_m^* E_{m+1}$.

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

Теорема 1. *Любое векторное расслоение* $\mathbf{E}$ *конечного ранга на полном пересечении* $\mathbf{X}$ *конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане* $\mathbf{G}$ *изоморфно прямой сумме линейных расслоений.*

Цель работы

Целью работы является исследование инд-многообразий $\mathbf{X}$, являющихся полными пересечениями в линейном инд-грассманиане $\mathbf{G}$, и изучение векторных расслоений конечного ранга на этих инд-многообразиях. Главным результатом является доказательство теоремы 1.

Методология и методы исследования

В диссертации используются разнообразные методы алгебраической геометрии, такие как теория пересечений, теория пучков и их когомологий, язык теории схем и методы теории категорий. Существенным образом используется классификация векторных расслоений конечного ранга на $\mathbf{P}^\infty$. Также используются топологические результаты, такие как формула Монка [Mo] для когомологий пространства полных флагов.

Научная новизна. Положения выносимые на защиту

Все основные результаты диссертации являются новыми. Главные из них:

1. Доказана 1-связность инд-многообразия $\mathbf{X}$, а именно, для любых двух точек $\mathbf{X}$ существует конечная связная цепочка проективных прямых на $\mathbf{X}$, содержащих эти две точки. При некоторых ограничениях доказана связность и непустота пространства таких цепочек.

2. Доказано, что всякое векторное расслоение $\mathbf{E}$ конечного ранга на $\mathbf{X}$ является равномерным, то есть ограничение расслоения $\mathbf{E}$ на все проективные прямые в $\mathbf{X}$ имеет Инд-гиперповерхностью одинаковый тип расщепления.

3. Доказано, что любое равномерное векторное расслоение $\mathbf{E}$ конечного ранга на полном пересечении $\mathbf{X} \subset \mathbf{G}$ конечной коразмерности изоморфно прямой сумме линейных расслоений.

Теоретическая и практическая значимость работы

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях векторных расслоений на проективных многообразиях и инд-многообразиях.

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты диссертации докладывались

- в рамках летней школы-конференции по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых ученых России (Ярославль, ЯГПУ, 20 - 25 мая 2013 г.), тезисы доклада опубликованы [5];

- на конференции "Международные Колмогоровские чтения - XIII" (Ярославль, 19 мая - 22 мая 2015 г.).

Публикация результатов

Основные результаты диссертации опубликованы в четырех работах [1, 2, 3, 4]. Три статьи опубликованы в журналах из списка ВАК РФ. Одна статья опубликована в журнале Complex Manifolds, входящем в базу MathSciNet. Все четыре статьи написаны без соавторов. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из оглавления, 6 глав (введение, основной текст диссертации, заключение) и списка литературы из 24 наименований. Текст диссертации изложен на 54 страницах.

Содержание диссертации

Общая структура диссертации

Диссертация разбита на главы, которые, в свою очередь, подразделяются на параграфы. Нумерация всех результатов (теорем, лемм, следствий, предложений), а также определений и формул - сквозная внутри всего текста диссертации.

Глава 1. Введение

Во введении формулируется главная задача, приводится предыстория ее возникновения, обосновывается актуальность проблемы. Далее следует обзор содержания диссертации.

Глава 2. Формулировка основного результата

В этой главе приводятся основные определения, необходимые для формулировки основного результата диссертации, и дается идея его доказательства.

В параграфе §2.1 мы напоминаем определение линейных инд-многообразий $\mathbf{X} = \varinjlim X_m$ (см. стр. 4) и определение линейных инд-грассманианов. Затем мы вводим понятие полного пересечения конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане, даем определение векторного расслоения конечного ранга на инд-многообразии.

Пусть $X_m = G(k_m, n_m)$, $\lim_{m\to\infty} k_m = \lim_{m\to\infty}(n_m - k_m) = \infty$, а отображения ϕ_m являются стандартными расширениями. Заметим, что $PicX_m \cong \mathbb{Z}$, и все морфизмы ϕ_m^* - изоморфизмы. Таким образом, мы получаем линейное инд-многообразие, которое называется **линейным инд-грассманианом** и обозначается $\mathbf{G} = \mathbf{G}(\infty)$.

Для линейного инд-грассманиана $\mathbf{G}$ определим плюккерово вложение $\mathbf{G} \hookrightarrow \mathbf{P}^\infty$ как прямой предел плюккеровых вложений грассманианов $G(k_m, n_m)$. Наконец, **инд-гиперповерхностью** степени d в $\mathbf{P}^\infty$ назовем прямой предел гиперповерхностей степеней d.

Рассмотрим линейный инд-грассманиан $\mathbf{G}$, вложенный по Плюккеру в $\mathbf{P}^\infty$. Пусть $\mathbf{Y_1}, ..., \mathbf{Y_l}$ - инд-гиперповерхности степеней $d_1, ..., d_l$ в $\mathbf{P}^\infty$. Линейное инд-многообразие

$$\mathbf{X} = \mathbf{G} \cap \mathbf{Y_1} \cap ... \cap \mathbf{Y_l}$$

называется **полным пересечением** конечной коразмерности в $\mathbf{G}$, если для всякого $m \geq 1$ многообразие $G(k_m, n_m) \cap \mathbf{Y_1} \cap ... \cap \mathbf{Y_l}$ является полным пересечением.

Под **векторным расслоением** $\mathbf{E}$ ранга $r > 0$ на $\mathbf{X}$ мы понимаем обратный предел $\mathbf{E} = \varprojlim E_m$ цепочки векторных расслоений $\{E_m\}_{m \geq 1}$ ранга r, где E_m - расслоение ранга r на X_m с фиксированными изоморфизмами $E_m \cong \phi_m^* E_{m+1}$.

В параграфе §2.2 формулируется главная теорема:

Теорема 1. *Любое векторное расслоение* $\mathbf{E}$ *конечного ранга на полном пересечении* $\mathbf{X}$ *конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане* $\mathbf{G}$ *изоморфно прямой сумме линейных расслоений.*

Приводится краткий план ее доказательства.

Глава 3. Связность и непустота пространства путей на полном пересечении в инд-грасманиане

В этой главе мы рассматриваем пространство путей фиксированной длины, соединяющих две произвольно выбранные точки многообразия X, которое является полным пересечением грассманиана $G(n, V^{2n})$ с гиперповерхностями степеней $d_1, ..., d_l$.

Пусть X - проективное многообразие с обильным пучком $\mathcal{O}_X(1)$. Назовем **проективным подпространством** в X такое многообразие $M \simeq \mathbb{P}^r$ в X, что $\mathcal{O}_X(1)|_M \cong \mathcal{O}_{\mathbb{P}^r}(1)$. В случае, если M одномерно, назовем его **проективной прямой** в X, или просто **прямой** в X.

В случае когда $X = G(k, n)$, под пучком $\mathcal{O}_X(1)$ понимается обильный пучок $\mathcal{O}_{G(k,n)}(1)$, класс изоморфизма которого является образующей группы $PicG(k, n)$.

Путь $p_n(x, y)$ длины n на многообразии X, соединяющий точки x, y, - это набор точек $x = x_0, x_1, ..., x_n = y$ в X и набор проективных прямых $l_0, ..., l_{n-1}$ в X, таких, что $x_i, x_{i+1} \in l_i$.

Многообразие всех путей длины n, соединяющих точки x и y, обозначим $P_n(x, y)$.

Каждый путь из этого пространства состоит из последовательно пересекающихся друг с другом проективных прямых в X, посредством которых от одной точки многообразия X можно дойти до другой. Здесь основным результатом является следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть* X *- полное пересечение грассманиана* $G(n, 2n)$*, вложенного по Плюккеру, с набором гиперповерхностей степеней* $d_1, ..., d_l : X = G(n, 2n) \cap \bigcap_{i=1}^{l} Y_i$. *Если* $2\sum_i (d_i + 1) \leq [\frac{n}{2}]$*, то многообразие* $P_n(u, v)$ *путей длины* n*, соединяющих любые две точки* u, v *в* X*, непусто и связно.*

Вспомогательные результаты, необходимые для доказательства теоремы 2, содержатся в параграфах §3.1 - 3.4. В параграфе §3.5 приводится непосредственно доказательство теоремы.

Так же полезным результатом является следствие из этой теоремы для случая полного пересечения в грассманиане $G(k,n)$, которое содержится в параграфе §3.6. Здесь мы полагаем, что $k \leq [\frac{n}{2}]$.

Следствие 3. *Пусть X - полное пересечение грассманиана $G(k,n)$, вложенного по Плюккеру, с набором гиперповерхностей степеней $d_1, ..., d_l : X = G(k,n) \cap \bigcap_{i=1}^{l} Y_i$. Если $2\sum_i (d_i+1) \leq \frac{k}{2} \leq [\frac{n}{4}]$, то многообразие $P_k(u,v)$ путей длины k, соединяющих любые две точки u, v в X, непусто и связно.*

Глава 4. Равномерность векторных расслоений на полном пересечении в инд-грассманиане

Для формулировки главного результата главы 4 нам потребуется определение равномерности расслоения $\mathbf{E}$ на линейном инд-многообразии $\mathbf{X}$.

Пусть $\mathbf{E}$ - расслоение ранга r на линейном инд-многообразии $\mathbf{X}$. **Тип расщепления** расслоения $\mathbf{E}$ на проективной прямой $l \subset \mathbf{X}$ - это набор чисел $r_i > 0$ и $a_i \in \mathbb{Z}$, $i = 1, ..., s$, такой, что

$$\mathbf{E}|_l \cong r_1\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_1) \oplus r_2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_2) \oplus \ldots r_s\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_s),$$

$$a_1 > a_2 > ... > a_s,\ \sum_{i=1}^{s} r_i = r.$$

Расслоение $\mathbf{E}$ называется **равномерным**, если его ограничение на все проективные прямые имеет одинаковый тип расщепления.

Назовем векторное расслоение **$\mathbf{E}$ линейно тривиальным**, если ограничение $\mathbf{E}$ на любую проективную прямую из $\mathbf{X}$ тривиально.

Основным результатом главы 4 является следующая теорема.

Теорема 7. *Всякое конечномерное векторное расслоение $\mathbf{E}$ на полном пересечении $\mathbf{X}$ конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане $\mathbf{G}$ равномерно.*

Доказательство этой теоремы опирается на понятия 1- и 2-связности инд-многообразия $\mathbf{X}$, которые приведены в параграфе §4.1.

Линейное инд-многообразие $\mathbf{X}$ называется 1-**связным**, если для любых двух точек $x, y \in \mathbf{X}$ существует связная цепочка проективных прямых $l_1, ..., l_k$ в $\mathbf{X}$, соединяющая x с y.

Линейное инд-многообразие $\mathbf{X}$ называется 2-**связным**, если любые две проективные прямые из $\mathbf{X}$ могут быть связаны такой цепочкой проективных прямых $l_1, ..., l_k$, что любая пара (l_i, l_{i+1}) содержится в плоскости $\mathbb{P}^2$, принадлежащей $\mathbf{X}$.

Теорема 6 является простым следствием следующего результата:

Теорема 8. *Полное пересечение* $\mathbf{X}$ *конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане* $\mathbf{G}$ *2-связно.*

Так же в §4.1 дается план доказательства теоремы 8.

В параграфе §4.2 доказывается, что $\mathbf{X}$ 1-связно.

В параграфе §4.3 доказывается, что $\mathbf{X}$ 2-связно.

В параграфе §4.4 мы доказываем теорему 3.

Глава 5. Расщепление векторных расслоений конечного ранга на X

В главе 5 мы даем доказательство нескольких вспомогательных теорем и приводим доказательство теоремы 1 в завершении главы. Главным результатом параграфа §5.1 является следующая теорема.

Теорема 13. *Пусть* $\mathbf{X}$ *- полное пересечение в линейном инд-грассманиане* $\mathbf{G}$*,* $\mathbf{E}$ *- равномерное расслоение на* $\mathbf{X}$*. Тогда существует цепочка подрасслоений*

$$0 = \mathbf{F_0} \subset \mathbf{F_1} \subset \ldots \subset \mathbf{F_s} = \mathbf{E}$$

таких, что каждое фактор-расслоение $\mathbf{F_i}/\mathbf{F_{i-1}}$ *для* $1 \leq i \leq s$ *является подкруткой линейно тривиального расслоения.*

В параграфе §5.2 мы доказываем следующую теорему.

Теорема 14. *Предположим, что* X *нормально, и для некоторого* $n > 0$ *и для некоторой точки* $x \in X$ *отображение* $f_{x,n} : Z_n(x) \to X$ *доминантно и имеет связные слои. Тогда любое линейно тривиальное векторное расслоение на* X *тривиально.*

Эта теорема необходима для того, чтобы показать, что любое конечномерное линейно тривиальное расслоение $\mathbf{E}$ на $\mathbf{X}$ является тривиальным.

В параграфе §5.3, используя теорему Кодаиры об обращении в ноль, мы получаем следующий результат.

Теорема 17. *Пусть* $\mathbf{X}$ *- полное пересечение в линейном инд-грассманиане* $\mathbf{G}$ *и* $\mathbf{E}$ *- векторное расслоение на нем. Пусть* $0 = \mathbf{F_0} \subset \mathbf{F_1} \subset ... \subset \mathbf{F_s} = \mathbf{E}$ *- флаг подрасслоений таких, что расслоение* $\mathbf{F_i}/\mathbf{F_{i-1}}$ *является подкруткой линейно тривиального расслоения на линейное расслоение для всякого* $1 \leq i \leq s$*. Тогда* $\mathbf{E} = \oplus_i \mathbf{F_i}/\mathbf{F_{i-1}}$.

В параграфе §5.4, используя равномерность векторного расслоения $\mathbf{E}$ и 1-связность инд-многообразия $\mathbf{X}$, а так же, применяя теоремы 13, 14 и 17, мы завершаем доказательство теоремы 1.

Глава 6. Заключение

В главе 6 подводятся итоги данного диссертационного исследования и излагаются перспективы дальнейшей разработки темы.

Заключение

Основным результатом настоящей работы является доказательство расщепимости расслоений конечного ранга на полных пересечениях конечной коразмерности в $\mathbf{G}(\infty)$. Для доказательства данного результата было введено и исследовано пространство путей на полных пересечениях в грассманианах. Это позволило нам получить критерий тривиальности линейно тривиальных расслоений на таких многообразиях.

Тематика данной работы допускает развитие в двух многообещающих направлениях.

1. Было бы интересно обобщить теорему 2 о непустоте и связности пространства путей в полных пересечениях обычного грассманиана на полные пересечения в изотропных грассманианах. Такой результат позволил бы доказать, что равномерные расслоения на полных пересечениях конечной коразмерности в изотропном инд-грассманиане расщепляются.

2. Также было бы интересно доказать аналог гипотезы Хартсхорна для $\mathbf{G}(\infty)$: всякое подмногообразие конечной коразмерности в $\mathbf{G}(\infty)$ является полным пересечением. Это усилило бы основной результат настоящей работы.

Список цитированной литературы

[PT] Пенков, И.Б., Тихомиров, А.С. О теореме Барта - Ван де Вена - Тюрина - Сато. / И.Б. Пенков, А.С. Тихомиров // Математический сборник. - 2015. - Том 206, Номер 6. - С. 49-84.

[BV] Barth, W., Van de Ven, A. On the geometry in codimension 2 in Grassmann manifolds / W. Barth, A. Van de Ven // Springer-Verlag: Lecture Notes in Mathematics. - 1974. - Vol. 412. - pp. 1-35.

[DP] Donin, J., Penkov, I. Finite rank vector bundles on inductive limits of Grassmannians / J. Donin, I. Penkov // IMRN. - 2003. - No 34. - pp. 1871-1887.

[Mo] Monk, D. The geometry of flag manifolds / D. Monk // Proceedings of the London Mathematical Society. - 1959. - Volume s3-9, Issue 2, - pp. 253-286.

[OSS] Okonek, C., Schneider, M., Spindler, H. Vector bundles on complex projective spaces / C. Okonek, M. Schneider, H. Spindler. - Basel: Birkhaüser, 1988. - 239 p.

[PT1] Penkov, I., Tikhomirov, A.S. Linear ind-Grassmannians / I. Penkov, A.S. Tikhomirov // Pure and Applied Mathematics Quarterly. - 2014. - Vol. 10. No 2. - pp. 289-323.

[PT2] Penkov, I., Tikhomirov, A.S. Rank-2 vector bundles on ind-Grassmannians / I. Penkov, A.S. Tikhomirov // Algebra, Arithmetic, and Geometry. Progress in Mathematics. - 2009. - Vol. 270. - pp. 555-572.

[S1] Sato, E. On the decomposability of infinitely extendable vector bundles on projective spaces and Grassmann varieties/ E. Sato // J. Math. Kyoto Univ. - 1977. - No 17. - pp. 127-150.

[T] Tyurin, A.N. Vector bundles of finite rank over infinite varieties / A.N. Tyurin // Math. USSR. Izvestija. - 1976. - No 10. - pp. 1187-1204.

Работы автора по теме диссертации

Публикации в издании, рекомендованном ВАК РФ:

[1] Ермакова, С.М. Векторные расслоения конечного ранга на полных пересечениях конечной коразмерности в линейном инд-грассманиане / С.М. Ермакова // Математические заметки. - 2015. - Том 98. Выпуск 5. - С. 790-793.

[2] Ермакова, С.М. О пространстве путей на полных пересечениях в грассманианах / С.М. Ермакова // МАИС. - 2014. - Том 21. Номер 4. - С. 35-46.

[3] Ермакова, С.М. Равномерность векторных расслоений конечного ранга на полных пересечениях конечной коразмерности в линейных инд-грассманианах / С.М. Ермакова // МАИС. - 2015. - Том 22. Номер 2. - С. 209-218.

[4] Ermakova, Svetlana Vector bundles of finite rank on complete intersections of finite codimension in ind-Grassmannians / Svetlana Ermakova // Complex Manifolds. - 2015. - Volume 2, Issue 1, pp. 78-88.

Другие публикации по теме диссертации:

[5] Ермакова, С.М. Сечения инд-грассманианов гиперквадриками / С.М. Ермакова // Тезисы летней школы-конференции по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых ученых России. Ц Ярославль, ЯГПУ. - 2013. - С. 41-42.