

ОТЗЫВ

на реферат диссертации **Никольской Ольги Владимировны** **“Об алгебраических циклах на расслоенном произведении семейств $K3$ поверхностей”**,

представленной на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук
(специальность 01.01.06 – алгебра, логика и теория чисел)

Актуальность темы диссертации обеспечивается интересом специалистов по алгебраической геометрии к гипотезе Ходжа и стандартным гипотезам Гротендика (в том числе к стандартной гипотезе типа Лефшеца, рассматриваемой в диссертации). Гипотеза Ходжа отвечает на вопрос о том, как отличить алгебраический класс когомологий от трансцендентных. Стандартная гипотеза типа Лефшеца утверждает алгебраичность оператора Ходжа звездочка и эквивалентна совпадению численной и гомологической эквивалентностей алгебраических циклов на декартовом квадрате рассматриваемого комплексного гладкого проективного многообразия.

Имеется немного примеров многообразий, для которых доказана стандартная гипотеза: кривые, поверхности, абелевы многообразия (комплексные торы, обладающие голоморфным вложением в проективное пространство), трехмерные многообразия неосновного типа (для которых плуриканонические отображения не дают бирационального вложения в проективное пространство), некоторые четырехмерные многообразия, расслоенные на эллиптические кривые или на 3-мерные абелевы многообразия (с вырождениями мультипликативного типа).

В рассматриваемой диссертации изучаются алгебраические циклы на расслоенном произведении двух неизотривиальных семейств $K3$ -поверхности над гладкой проективной кривой. Неизотривиальность семейства эквивалентна существованию хотя бы двух неизоморфных гладких слоев. В общей ситуации расслоенное произведение может иметь особенности.

Первая глава диссертации содержит предварительные сведения из теории алгебр Ли, топологии, алгебраической геометрии и теории Ходжа.

Во второй главе диссертации содержатся доказательства теорем 1 и 2. Во избежание сложностей с особыми точками автор предполагает, что указанные семейства вырождаются над непересекающимися подмножествами базы. В этом случае расслоенное произведение не имеет особенностей. Выбрасывая из базы некоторое счетное подмножество, можно предполагать (нетривиальный факт!), что ранг группы Нерона – Севери общего геометрического слоя семейства $K3$ -поверхностей становится константой. Если ранг для первого семейства $K3$ -поверхностей – нечетное число, отличное от ранга для другого семейства, то для расслоенного произведения верна гипотеза Ходжа. Если оба ранга трансцендентных частей 2-мерных рациональных когомологий общих геометрических слоев семейств $K3$ -поверхностей являются различными нечетными простыми числами и вырожденные слои отсутствуют, то для расслоенного произведения верна стандартная гипотеза Гротендика (типа Лефшеца).

В третьей главе диссертации доказываются теоремы 3 – 5, в той или иной степени обобщающие результаты второй главы и связанные с гипотезой Ходжа. Это красивые результаты, позволяющие проверить важные гипотезы алгебраической геометрии на достаточно сложных с геометрической

точки зрения 5-мерных многообразиях. Предложенная автором оригинальная методика доказательств теорем об алгебраических циклах базируется на изучении представлений полупростых алгебр Ли в рациональных когомологиях слоя гладкого семейства, что во многих случаях позволяет явно вычислить алгебраическую часть рациональных когомологий расслоенного произведения двух 1-параметрических семейств КЗ-поверхностей.

В целом, результаты, полученные автором, являются новыми научными знаниями в алгебраической геометрии и позволяют существенно расширить арсенал средств, используемых в геометрии многомерных многообразий. Продемонстрирована эффективность новых подходов к доказательствам гипотез Ходжа и Гротендика, использующих результаты П. Делиня и С.Цуккера из современной теории Ходжа, Ю.Г. Зархина о строении группы Ходжа КЗ-поверхности, С.Клеймана и С.Г.Танкеева о стандартной гипотезе типа Лефшеца.

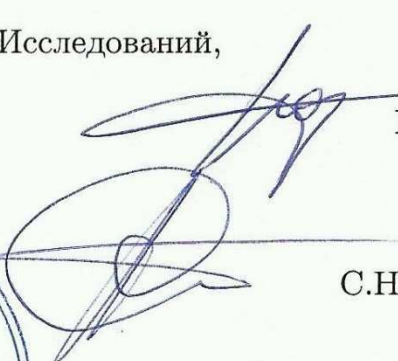
Работа является законченной и выполнена автором самостоятельно на достаточном высоком научном уровне. Все основные результаты опубликованы в трех академических журналах, а также неоднократно докладывались на Международных конференциях в г. Суздале.

Автореферат является полноценным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне и аккуратно оформлен.

Исходя из представленных в автореферате сведений считаю, что диссертация написана на высоком научном уровне, соответствует требованиям ВАК Минобрнауки России, и соискатель Никольская Ольга Владимировна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв составил:

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.06),
начальник сектора №2,
Лаборатория Теоретической Физики
Объединенного Института Ядерных Исследований,
141980, Жолио - Кюри, 6,
Дубна, Московская область.
01 декабря 2014 г.


Н.А.Тюрин

Подпись Н.А. Тюрин удостоверяю.
Учёный секретарь ИТФ ОИЯИ

С.Н. Неделко

